

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = \alpha^2 x^4 - 3x^3 + (\alpha - 4)x^2 - 3x - 4$ , το οποίο έχει παράγοντα το  $x+1$ .

1. Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha$ .

Μονάδες 2

2. Για  $\alpha=1$

α) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x)=0$

Μονάδες 5

β) Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) \leq 0$

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:  $f(x) = \frac{2016 \cdot \eta_{\mu\kappa}}{\sqrt{x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 3x - 4}}$

Μονάδες 4

δ) Να λύσετε την εξίσωση:  $\text{cun}^4 x - 3\text{cun}^3 x - 3\text{cun}^2 x - 3\text{cun}x - 4 = 0$

Μονάδες 4

2) Έστω ένα πολυώνυμο 3<sup>ου</sup> βαθμού το οποίο διαιρείται με το πολυώνυμο  $x^2+1$ , έχει ρίζα το 0 και του οποίου το άθροισμα των συντελεστών ισούται με 2.

α) Να αποδείξετε ότι:  $P(x)=x^3+x$

**Μονάδες 14**

β) Να λύσετε την ανίσωση:  $(P(x) - 2)^3 + (P(x) - 2)^2 + P(x) > 2$

**Μονάδες 11**

3) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^4 - 12x^3 + 8x^2 + ax + \beta$ , όπου  $\alpha, \beta$  σταθεροί πραγματικοί αριθμοί.

Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  διαιρούμενο με το  $x + 1$  αφήνει υπόλοιπο  $16 + P(1)$  και διαιρούμενο με  $x - 1$  αφήνει υπόλοιπο  $16 - P(-1)$ , τότε να αποδείξετε ότι:

α)  $P(1)=0$  και  $P(-1)=16$

**Μονάδες 8**

β)  $\alpha=4$  και  $\beta=-3$

**Μονάδες 9**

γ)  $P((-2016)^{2017}) \cdot P(0) \cdot P(2016^{2017}) < 0$

**Μονάδες 8**

3) α) Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$g(x) = -x^3 + 7x + 6$  δεν βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$

β) Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = x^3 + x^2 - 7$  βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της ευθείας  $y=7x$ .

4) Να λυθεί η εξίσωση:  $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)=44$

5) Στην εξίσωση  $x^4 - 5\lambda x^2 + \lambda - 2 = 0$  να οριστεί ο  $\lambda$  ώστε να έχει 4 πραγματικές ρίζες.

