

### ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΙΑ ΔΥΝΑΤΟΥΣ ΛΥΤΕΣ .3.(ΣΥΝΕΧΕΙΑ)

#### ΘΕΜΑ 6

Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει :

$$f(x) = |x^3 - 2\eta\mu x + \alpha x|, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

- A) Να αποδείξετε ότι ο άξονας  $\psi\psi'$ , είναι άξονας συμμετρίας της γραφικής παράστασης  $C_f$  της συνάρτησης  $f$
- B) Να βρείτε τον αριθμό  $\alpha \in \mathbb{R}$
- Γ) Να απλοποιήσετε τον τύπο της  $f$
- Δ) Να βρείτε την παράγωγο  $f'$  της συνάρτησης  $f$
- Ε) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία
- ΣΤ) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη κυρτότητα
- Ζ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$
- Η) Να αποδείξετε ότι το 0 είναι κρίσιμο σημείο της συνάρτησης  $f''$
- Θ) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτομένες της  $C_f$  στα σημεία της με τετμημένες  $-\pi$  και  $\pi$  αντίστοιχα, συντρέχουν με τον άξονα  $\psi\psi'$ .

#### ΘΕΜΑ 7

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  και τύπους

$$f(x) = \begin{cases} e^x + x + 1, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases} \quad \text{και} \quad g(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$$

- A) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι παράγουσα της συνάρτησης  $g$
- B) Να βρείτε τη θέση των  $C_f, C_g$
- Γ) Να μελετήσετε τη μονοτονία της  $f$
- Δ) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη κυρτότητα
- Ε) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τη γραφική παράσταση  $C_f$  της συνάρτησης  $f$  τον άξονα  $x\alpha'$  και τις ευθείες  $x=-1$  και  $x=1$ .

N. ΠΕΤΡΟΧΕΙΛΟΥ