

5<sup>ο</sup> ΛΥΚΕΙΟ ΒΥΡΩΝΑ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

**A1.** Έστω η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$ ,  $a\neq 0$  που έχει ρίζες πραγματικές  $x_1, x_2$

Να δείξετε ότι:  $\alpha) S= x_1+x_2= -\frac{\beta}{\alpha}$  και  $\beta) P= x_1x_2= \frac{\gamma}{\alpha}$  και ότι η

εξίσωση γράφεται  $x^2-Sx+P=0$

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

- α) Ισχύει ότι  $|a| \geq a$ , για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$ .
- β) Η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$ ,  $a\neq 0$  έχει δύο ρίζες άνισες αν  $\Delta < 0$
- γ) Η απόσταση δύο αριθμών  $a$  και  $\beta$  στον άξονα  $\chi\chi$  είναι  $d(a,\beta)=|a-\beta|$
- δ) Το σύνολο των πραγματικών αριθμών  $x$  με  $a < x < \beta$   
λέγεται κλειστό διάστημα από  $a$  μέχρι  $\beta$  και συμβολίζεται  $[a,\beta]$
- ε) Αν  $A(a,\beta)$  σημείο ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων  
τοτε το συμμετρικό του  $A$  ως προς τον άξονα  $\chi\chi$  είναι το  $B(-a,\beta)$

ΘΕΜΑ Β

**B1.** Να λυθεί η εξίσωση  $|2x-3|=5$

**B2.** Να λυθεί η ανίσωση  $x^2-x-6 \leq 0$

**B3.** Να εξετάσετε αν οι λύσεις του ερωτήματος B1 ανήκουν στο σύνολο λύσεων της ανίσωσης του ερωτήματος B2 .

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2}$

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και να δείξετε ότι ο

τύπος απλοποιείται στην μορφή  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ .

Γ2. Να αποδείξετε ότι  $f(\sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2}$  και  $f(-\sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2}$ .

Γ3. Να αποδείξετε ότι  $[f(\sqrt{2})]^2 + [f(-\sqrt{2})]^2 = 12$ .

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 2(\lambda + 2)x + \lambda^2$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Δ1. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Δ2. Έστω  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x) = 0$

Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε να ισχύει:  $x_1^2 + x_2^2 > 16$

Δ3. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση που έχει ρίζες  $\frac{1}{x_1}$ ,  $\frac{1}{x_2}$  είναι:

$$\lambda^2 x^2 - 2(\lambda + 2)x + 1 = 0$$

