<u>ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ</u>

<u>ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ</u>

<u>ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ:ΤΡΕΙΣ(3)</u>

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1.Έστω συνάρτηση f ορισμένη σ΄ένα διάστημα Δ.Αν η f είναι συνεχής στο Δ και $f^{/}(x)=0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε να αποδειχθεί ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ.

Μονάδες 7

Α2.Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμο

≪Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής σ΄ένα κλειστό διάστημα ,τότε το μεγαλύτερο από τα τοπικά μέγιστα είναι το (ολικό) μέγιστο≫

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α αν είναι αληθής ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής

(μονάδα 1)

β.Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α (μονάδες 3)

Μονάδες 4

Α3.Να διατυπώσετε και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα ROLLE

Μονάδες 4

Α4.Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας τη λέξη **Σωστό ή Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α.Αν f και g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α και Β αντιστοίχως , τότε η $g\cdot f$ ορίζεται όταν $f(A)\cap B\neq \emptyset$

β.Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σ΄ένα διάστημα Δ ,τότε υποχρεωτικά παίρνει μία μέγιστη και μία ελάχιστη τιμή.

γ.Μία συνάρτηση $f:A\rightarrow R$ που δεν είναι συνεχής στο $x_0 \epsilon A$, δεν είναι και παραγωγίσιμη στο x_0

δ.Μία συνάρτηση f :A→ R είναι $\ll 1-1 \gg$ όταν για κάθε yϵ f(A) η εξίσωση f(x)=y , έχει ως προς x ακριβώς μια λύση στο A.

ε.Έστω συνάρτηση f ορισμένη στο A και παραγωγίσιμη στο $x_0 \epsilon A$.

Αν ισχύει ότι $f'(x_0)=0$,τότε η f έχει ακρότατο στο x_0 .

Μονάδες 10

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας 1.

Αν θ είναι η γωνία των ίσων πλευρών του τριγώνου τότε:

Β1.Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι:
$E(\theta)=(1+\text{συν}\theta)\cdot\text{ημ}\theta$, $0<\theta<\pi$

Μονάδες 8

Β2.Να βρείτε τη τιμή της γωνίας θ για την οποία το εμβαδόν του τριγώνου γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 7

Β3.Να δειχθεί ότι υπάρχουν δύο τιμές της γωνίας θ για τις οποίες $E(\theta)=1$.

Μονάδες 7

Β4.Να βρεθεί το όριο : $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{\theta-\eta\mu\theta}{E(\Theta)}$

Μονάδες 3

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Δίνεται f:R→R με f(R)=R που ικανοποιεί τη σχέση :

$e^{2f(x)}+e^{f(x)+1}+f(x)-2e^2=x$,xϵR

Γ1.Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο R .

Γ2.Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφετε και να βρείτε την f^{-1} .

Γ3.Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα ξϵ(0,1), τέτοιο ώστε : $e^{\xi}+e=(2e^2-\xi)\cdot e^{-\xi}$.

Γ4. Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο 1 .

Γ5.Να λύσετε την ανίσωση:f(x)≤x και να δείξετε ότι:f(x)-1≥0,για κάθε xϵR

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Έστω μία συνάρτηση g:(1,+∞)→R παραγωγίσιμη η οποία ικανοποιεί τις επόμενες συνθήκες :

g(e)=1 , $g'(1)=1$ και $x^2\cdot\frac{g'(x)}{\sqrt{g(x)}}+4\cdot\frac{\sqrt{g(x)}}{g'(x)}=4x$, για κάθε x>1

Δ1. Να αποδείξετε ότι $g(x)=\ln^2 x$, x>1 .

Μονάδες 6

Δ2. Έστω $f(x)=\sqrt{g(x)}$, $x>1$.

Να αποδείξετε ότι: **i)** f(x)=lnx , x>1 . **ii)** Υπάρχουν x_1 ,x_2 με $1< x_1<x_2$ ώστε : $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

Μονάδες 1+3

Δ3. i) Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης C_f της f που διέρχεται από την αρχή των αξόνων .

Μονάδες 4

ii) Αν ένα σημείο M(x(t),y(t)), όπου t ο χρόνος σε sec και x(t)>1 , κινείται πάνω στην καμπύλη της γραφικής παράστασης της C_{fof} με σταθερό ρυθμό μεταβολής της τετμημένης του και ίσο με 1cm/sec, να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του σημείου M ,τη χρονική στιγμή t_0 , κατά την οποία $x(t_0)$=2cm .

Μονάδες 6

Δ4. Να αποδείξετε ότι :

$f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)<\sqrt{f(\alpha)\cdot f(\beta)}$,για κάθε $\alpha,\beta\in(0,\frac{1}{e}]$ με $\alpha<\beta$.

Μονάδες 5

Ν.ΠΕΤΡΟΧΕΙΛΟΥ