

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**ΑΣΚΗΣΗ 1:**

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda - 1, 2\lambda)$, $\vec{\beta} = (-\lambda + 2, \lambda - 1)$, $\lambda < 0$.

A) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

B) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ ώστε $|\vec{\alpha}| = 2$.

Γ) Αν $\vec{\gamma} = \vec{\beta} + (2\lambda, -2\lambda + 1)$, να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$ να είναι κάθετα.

ΑΣΚΗΣΗ 2:

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\kappa - 2, -2\kappa)$, $\vec{\beta} = (-\kappa - 3, \kappa - 2)$, $\kappa > 0$.

A) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός κ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

B) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός κ ώστε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{5}$.

Γ) Αν $\vec{\gamma} = \vec{\beta} + (6, 2)$, να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός κ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$ να είναι κάθετα.

ΑΣΚΗΣΗ 3:

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 45$, $(\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}) \perp (\vec{\alpha} - 3\vec{\beta})$ και $|\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}| = 20$.

A) Να δειχθεί ότι $|\vec{\alpha}| = 15$ και $|\vec{\beta}| = 5$.

B) Να δειχθεί ότι $|\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}| = 6\sqrt{20}$.

Γ) Αν θ είναι η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$, να βρεθεί το $\sin \theta$.

ΑΣΚΗΣΗ 4:

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 25$, $(2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \perp (2\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ και $|2\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = 10$.

A) Να δειχθεί ότι $|\vec{\alpha}| = 5$ και $|\vec{\beta}| = 10$.

B) Να δειχθεί ότι $|2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}| = 10\sqrt{7}$.

Γ) Αν θ είναι η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$, να βρεθεί το $\sin \theta$.